

Т.С. Кагадій, д.ф.-м.н., професор, професор кафедри вищої математики, *НТУ Дніпровська політехніка, м. Дніпро*;
Л.Ф. Сушко, старший викладач кафедри вищої математики та фізики, *ДДАЕУ, м. Дніпро*;
К.П. Косинська, студентка *ДДАЕУ, м. Дніпро*;
Ю.О. Білова, студентка *НТУ Дніпровська політехніка, м. Дніпро*.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ ОХОРОНИ ДОВКІЛЛЯ

Методами математичного моделювання розв'язано задачі про забруднення повітря на виробництві; про визначення часу витіку нафти з резервуару циліндричної форми. Отримано закон зміни кількості бактерій в залежності від часу.

Ключові слова: Забруднення повітря, хімічне, біологічне забруднення, математичне моделювання.

Екологічна безпека складається з двох компонент – природничої та техногенної безпеки, які виступають в тісній взаємодії. Ситуація на виробництві, що існує або прогнозується, повинна забезпечувати нормальне функціонування всіх систем та збереження здоров'я людини. Аналіз літературних джерел показує, що найбільшого поширення набули моделі, що не враховують змінної часу або використовують ймовірнісні підходи [1, 2].

В роботі розглянуто актуальні задачі математичного моделювання і прогнозування стану довкілля. Оскільки задіяно апарат звичайних диференціальних рівнянь, розв'язок є доступним і зрозумілим для студентів, залучення яких до наукових досліджень є необхідним. Експериментальні дослідження підтверджують високий токсичний канцерогенний вплив вуглецевих сполук на людину, тому контроль над їх кількістю в повітрі на підприємстві є актуальним. Розглянемо модельну задачу про забруднення повітря на підприємстві [3].

Задача 1. В приміщенні цеху, що містить 10800 м^3 повітря, нараховують $0,12\%$ вуглецю. Вентилятор подає свіже повітря з концентрацією вуглецю $0,04\%$ в кількості $a \text{ м}^3$ за хвилину. За умови, що концентрація вуглецю в приміщенні однакова, знайти, якою повинна бути потужність вентилятора, щоб через 10 хвилин його роботи концентрація вуглецю не перевищувала $0,06\%$. Позначимо $x (\%)$ - концентрацію вуглецю в момент часу t . Складемо баланс вуглецю, що міститься в повітрі за час dt . Протягом цього часу потрапляє $0,00004 \times a dt$, а витікає в навколишнє середовище $0,01x \times a dt \text{ м}^3$ вуглецю. Таким чином, за dt хвилин кількість газу зменшиться на

$Dq = (0,01x - 0,00004) \times a dt \text{ м}^3$. З іншої сторони, $dq = -10800 \times 0,01 dx \text{ м}^3$ (знак « \rightarrow » обрано тому, що $dx < 0$). Отримаємо диференціальне рівняння [4]:

$$(0,01x - 0,00004) \times a dt = -10800 \times 0,01 dx.$$

Після відокремлювання змінних рівняння має вигляд:

$$-\frac{adt}{10800} = \frac{dx}{x - 0,04}.$$

Звідси, після інтегрування обох частин рівняння:

$$x - 0,04 = ce^{-\frac{at}{10800}}$$

З умови $x|_{t=0} = 0,12$ отримаємо значення сталої $c = 0,08$. Щоб визначити потужність вентилятора a , приймаємо $x = 0,06$ і $t = 10$, що дає нам співвідношення

$$0,02 = 0,08 \times e^{-\frac{a}{10800}}$$

Звідси:

$$e^{-\frac{a}{10800}} = \frac{1}{4} \text{ та } a = 1080 \times \ln 4 \approx 1500 \text{ м}^3/\text{хв}.$$

Існування біосфери і людини завжди було побудовано на використанні водних ресурсів. Збільшення технологічного навантаження викликає забруднення води [5]. Розрізняють хімічні, біологічні та фізичні забруднювачі. Серед хімічних найбільш поширеним є нафта і нафтопродукти. В роботі розв'язано задачу про визначення часу витіку нафти з резервуару циліндричної форми та отримано закон зміни кількості бактерій в залежності від часу.

Задача 2. Циліндричний резервуар висотою H і діаметром D наповнений нафтою. Обчислити час, за який витече вся нафта через круглий отвір радіусом a , розміщений в дні резервуара.

Площа поперечного перерізу резервуара $x = \frac{\pi D^2}{4}$, площа отвору $\omega = \frac{\pi a^2}{4}$.

Кількість рідини, що витікає з резервуара за час dt , можна обчислити як об'єм циліндра с площею основи цього резервуара. Рідина витікає зі швидкістю v , що залежить від h , тобто:

$$dv = \frac{\pi a^2}{4} \cdot v(h) \cdot dt.$$

Цей самий об'єм можна обчислити інакше. Рівень рідини зменшується на dh , тому

$$dv = -\frac{\pi D^2}{4} dh.$$

Звідси отримаємо рівняння

$$\frac{\pi a^2}{4} v(h) dt = -\frac{\pi D^2}{4} dh.$$

За законом Торрічеллі

$$v(h) = \mu \sqrt{2gh}.$$

де \square - прискорення вільного падіння, μ - коефіцієнт витрат.

Тоді останнє рівняння має вигляд:

$$a^2 \mu \sqrt{2gh} \cdot dt = -D^2 dh.$$

Розв'язуючи це рівняння, дістанемо вираз:

$$\left(\frac{a}{D}\right)^2 \mu \cdot t + c = -2 \frac{1}{\sqrt{2g}} \sqrt{h}.$$

За умови задачі, в період часу $t=0, h=H$. Звідси:

$$c = \frac{2\sqrt{H}}{\sqrt{2g}}$$

Таким чином

$$\left(\frac{a}{D}\right)^2 \mu \cdot t = (2\sqrt{H} - 2\sqrt{h}) \frac{1}{\sqrt{2g}}$$

Час, за який витече вся вода

$$T = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{D}{a}\right)^2.$$

Задача 3. Деякі бактерії розмножуються пропорційно їх початковій кількості, але в той же час необхідно враховувати, що вони виробляють токсини, що впливають на загальну кількість самих бактерій. Припустимо, що швидкість розмноження бактерій пропорційна за мультиплікативним принципом кількості бактерій та токсинів. В той же час швидкість утворення токсинів пропорційна кількості бактерій, які вже існують. Знайти закон зміни кількості бактерій в залежності від часу.

Позначимо кількість бактерій N . Відповідно умові задачі складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = k_1 N x \\ \frac{dx}{dt} = k_2 N \end{cases},$$

де x – кількість токсинів, $\frac{dN}{dt}$ – швидкість розмноження бактерій, $\frac{dx}{dt}$ – швидкість формування токсинів, k, k_1, k_2 – коефіцієнти пропорційності [4]. Розв'язуючи систему диференціальних рівнянь, отримаємо:

$$\frac{dN}{dx} = \frac{k}{k_2} - \frac{k_1}{k_2} x \Rightarrow N = \frac{k}{k_2} x - \frac{k_1}{2k_2} x^2 + c_1;$$

$$c_1 = 0, \text{ якщо } N|_{x=0} = 0. \text{ Тоді}$$

$$N = ax - bx^2, a = \frac{k}{k_2}, b = \frac{k_1}{2k_2} \Rightarrow N_{max} = M = \frac{a^2}{4b} = \frac{k^2}{2k_1 k_2}$$

Це – рівняння зв'язку між кількістю бактерій та кількістю токсинів.

Далі необхідно знайти залежність кількості бактерій від часу. Для цього перетворимо останнє рівняння о вигляду:

$$bx^2 - ax + N = 0.$$

Розв'яжемо це рівняння відносно x :

$$x = \frac{a}{2b} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4b^2} - \frac{N}{b}}.$$

З урахуванням останнього, після інтегрування першого рівняння системи, отримаємо шуканий результат:

$$N = \frac{M}{ch^2 \frac{k_1}{g}}.$$

Одним з напрямів інноваційних методів викладання є доведення до студентів практичних застосувань теоретичного матеріалу і розвиток відповідних практичних навичок. Тому будь-який розділ математики, що вивчається, має бути проілюстрований, як мінімум, модельними задачами. Наведені в роботі постановки

задач та їх розв'язки мають наукову новизну, але водночас достатньо наочні та зрозумілі. Це має спонукати студентів активніше займатися науковими дослідженнями.

Список використаних джерел:

1. Бараннік В. О. Конспект лекцій з дисципліни «Моделювання та прогнозування стану довкілля» / В. О. Бараннік ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – 46 с.
2. Бараннік В. О. Моделювання і прогнозування стану довкілля : навч. посіб. / В. О. Бараннік. – Харків : ХНАМГ, 2007. – 85 с.
3. Маценко В.Г. Математичне моделювання: навчальний посібник / В.Г. Маценко. – Чернівці: Чернівецький національний університет, 2014. – 519 с.
4. Самойленко А.М. та ін. Диференціальні рівняння. Підручник / А.М. Самойленко, М.О. Перестюк – 2-ге вид перероб. і доп. – К.: Либідь, 2003. – 600 с.
5. Стан підземних вод України. Щорічник. – К.: ДНВП «ГЕОІНФОРМ України», 2018. – 122с.

УДК 504.4:631.5:635.657

О.О. Кічігіна, кандидат сільськогосподарських наук, старший науковий співробітник

Ю.А. Цибро, головний фахівець Інститут агроєкології і природокористування
Національної академії аграрних наук України

ВПЛИВ ЕКОЛОГІЧНИХ ЧИННИКІВ НА ПОСІВНІ ЯКОСТІ НАСІННЯ НУТУ

Наведено результати досліджень впливу екологічних чинників на посівні якості насіння нуту. Визначено та проаналізовано показники енергії проростання та схожості насіння нуту сорту Красень, вирощеного у різних ґрунтово- кліматичних зонах – Лісостепу та Степу України. Встановлено, що насіння нуту сорту Красень, вирощеного у степовій зоні характеризується кращими посівними якостями за показниками енергії проростання та лабораторна схожість.

Ключові слова: екологічні чинники, насіння, енергія проростання, схожість.

Постановка проблеми та аналіз останніх досліджень і публікацій. Вивченню впливу екологічних чинників на формування насіння сільськогосподарських культур, його посівних та урожайних якостей, присвячені роботи багатьох дослідників, таких як Строна І.Г., Макрушин М.М., Маласай В.М., Гаврилюк М.М. [12, 6, 7, 8, 5, 9] Так, Строна І.Г. у своїй праці «Общесеменоведение полевых культур» [12] наголошував, що для формування насіння тієї чи іншої сільськогосподарської культури з високими посівними і біологічними властивостями потрібно чітко встановити географічну і кліматичну зону вирощування. Велику увагу щодо вирішення питання агрокліматичного районування насінницьких посівів, визначення основних принципів методики виділення оптимальних зон насінництва у своїх працях приділяли Макрушин М.М. із співавторами [6, 7, 8]. При цьому, автори наголошують, що при групуванні насіння за якістю за основу слід брати енергію проростання, як найбільш об'єктивний показник його біологічних властивостей [8]. Наукової актуальності ці питання не втрачають і на сьогодні. Адже, сівба високоякісним насінням – є однією з основних умов отримання високих урожаїв сільськогосподарських культур. При цьому досягається максимально можлива продуктивність рослин, зростають економічні показники від застосування догляду за посівами (внесення добрив, застосування засобів захисту рослин та ін.). Доведено, що за рахунок використання для сівби якісного насіннєвого матеріалу можна підвищити урожайність культури на 20–30 % [9]. Кирпа М.Я та Парашенко О.Н. [4] зазначають, що схожість є найбільш важливим показником посівних якостей насіння. Рівень схожості, встановлений стандартом, забезпечує нормальне проростання насіння в польових умовах, формування оптимальної густоти посівів та урожайність сільськогосподарської культури [4].

У зв'язку з глобальним потеплінням клімату, в останні роки в Україні відмічається тенденція до збільшення посівних площ під нут. Ця бобова культура характеризується високою посухо- і жаростійкістю. В особливо посушливі роки, нут добре конкурує за продуктивністю з горохом. За посухостійкістю він посідає друге місце після чини. Поряд з цим, нут належить до високохолодостійких культур, що дає змогу проводити посів у ранні строки та максимально продуктивно використовувати весняну ґрунтову вологу для отримання сходів. Крім того, завдяки своїй азотфіксуючій здатності нут є добрим попередником для усіх зернових культур [13].

Мета і завдання досліджень. Метою наших досліджень було вивчення впливу екологічних чинників на посівні якості насіння нуту сорту Красень.

Методика та вихідний матеріал. Для визначення показників посівних якостей в лабораторних умовах, було використано насіння нуту середньостиглого сорту Красень рекомендованого для вирощування в зоні Степу та Лісостепу України [1].

Для аналізування були взяті дві проби насіння нуту урожаю 2018 р., вирощеного у різних ґрунтово- кліматичних зонах. Одна проба відібрана із партії насіння вирощеного у Васильківському районі Київської обл. (Лісостеп), друга – у Роздільнянському районі Одеської обл. (Степ).